VEKTOR

2.1 BESARAN SKALAR DAN VEKTOR

Sifat besaran fisis :

- Skalar
- Vektor

➢ Besaran Skalar

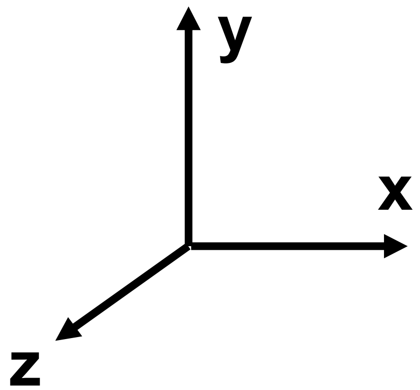
Besaran yang cukup dinyatakan oleh besarnya saja (besar dinyatakan oleh bilangan dan satuan).

Contoh : waktu, suhu, volume, laju, energi
Catatan : skalar tidak tergantung sistem koordinat

➢ Besaran Vektor

Besaran yang dicirikan oleh besar dan arah.

Contoh : kecepatan, percepatan, gaya
Catatan : vektor tergantung sistem koordinat



2.1 PENYAJIAN VEKTOR

$$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- Vektor sbg pasangan bilangan
  - **u** = (a,b)
    - a : komponen mendatar, b : komponen vertikal
- Vektor sbg kombinasi vektor satuan **i** dan **j**
  - **u** = a**i** + b**j**
- Panjang vektor **u** ditentukan oleh rumus

$$\boxed{|\,\mathrm{u}\,| = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

2.2 PENGGAMBARAN DAN PENULISAN (NOTASI) VEKTOR

Gambar : $P \longrightarrow Q$

Titik P : **Titik pangkal vektor**

Titik Q : **Ujung vektor**

Tanda panah : **Arah vektor**

Panjang PQ = |PQ| : **Besarnya (panjang) vektor**

Besar vektor A = A = |A|

(pakai tanda mutlak)

Notasi Vektor

A $\longrightarrow$ Huruf tebal

$\vec{A}$ $\longrightarrow$ Pakai tanda panah di atas

A $\longrightarrow$ Huruf miring

Catatan :
Untuk selanjutnya notasi vektor yang digunakan huruf tebal

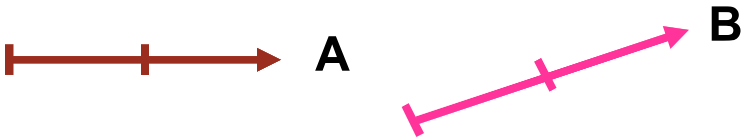
Catatan :

a. Dua vektor sama jika arah dan besarnya sama

A = B

b. Dua vektor dikatakan tidak sama jika :

1. Besar sama, arah berbeda

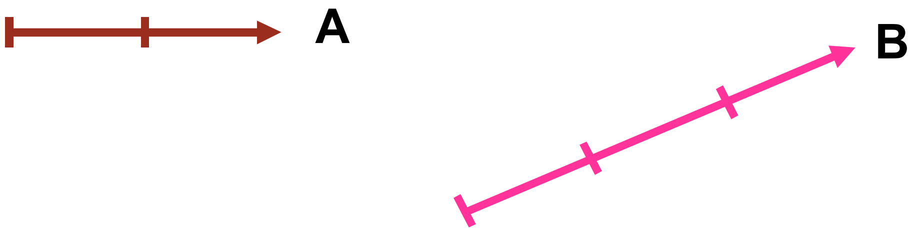


$A \neq B$

2. Besar tidak sama, arah sama

$A \neq B$

3. Besar dan arahnya berbeda



$A \neq B$

2.3 OPERASI MATEMATIK VEKTOR

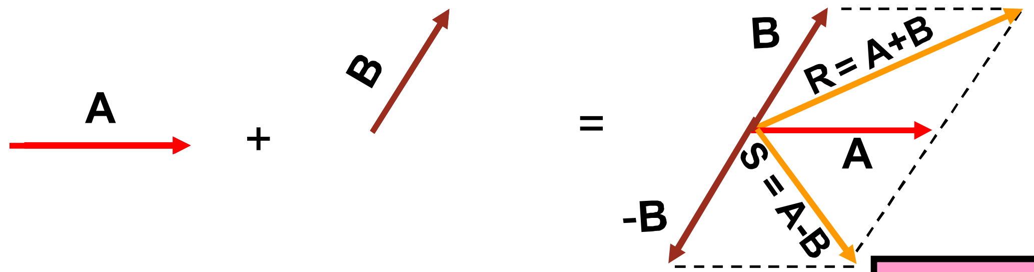
1. Operasi jumlah dan selisih vektor
2. Operasi kali

2.3.1 JUMLAH DAN SELISIH VEKTOR

Metode :

1. Jajaran Genjang
2. Segitiga
3. Poligon
4. Uraian

1. Jajaran Genjang



R = A + B

Besarnya vektor R = | R | = $\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

Besarnya vektor A+B = R = |R| = $\sqrt{A^2 + B^2 + 2\;AB\cos\theta}$

Besarnya vektor A-B = S = |S| = $\sqrt{A^2 + B^2 - 2\;AB\cos\theta}$

Besar Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan

Penjumlahan

$$Jika\ u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\ dan\ \ v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$u + v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

$$| u + v | = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$$

Pengurangan

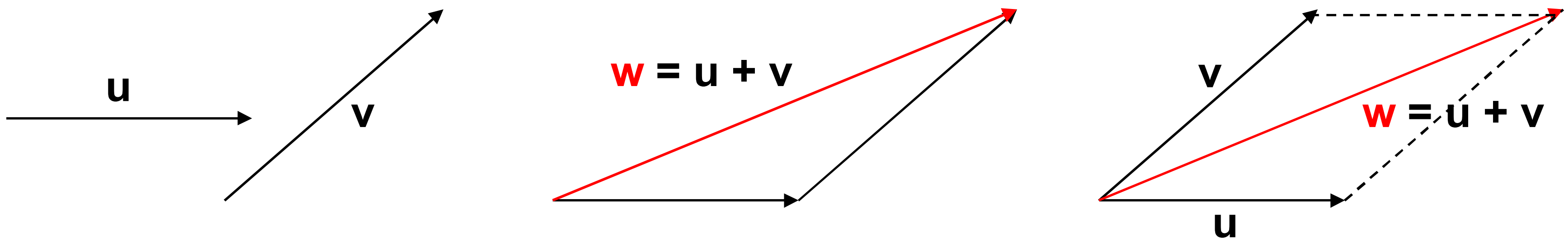
$$Jika\ u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\ dan\ \ v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$u - v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - c \\ b - d \end{pmatrix}$$

$$| u - v | = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$$

2.3 OPERASI MATEMATIK VEKTOR

Penjumlahan Vektor

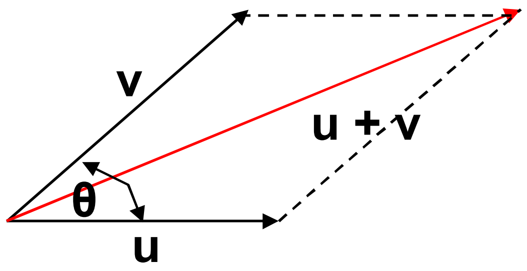


- Penjumlahan vektor menurut aturan segitiga dan aturan jajaran genjang $u =$
- Dalam bentuk pasangan bilangan sbb:

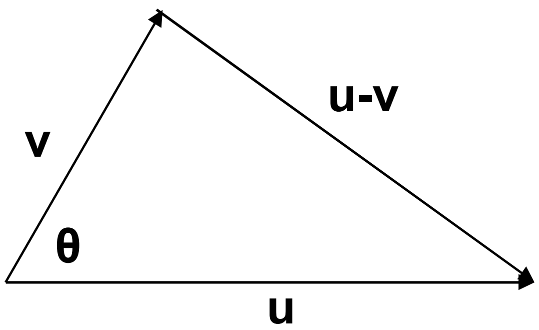
$$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad dan \quad v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$u + v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

Menghitung Besar Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan

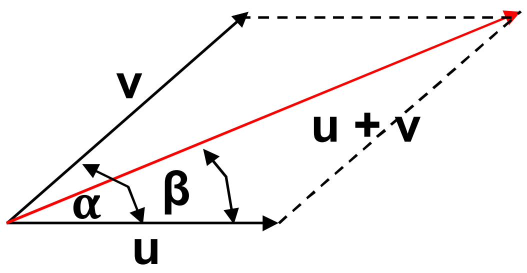


$$|u+v| = \sqrt{|u|^2 + |v|^2 + 2|u||v|\cos\theta}$$



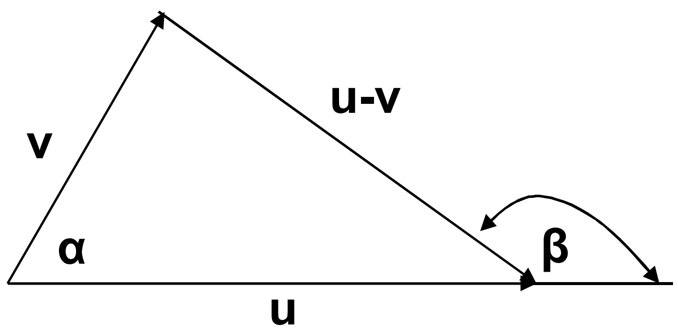
$$|u-v| = \sqrt{|u|^2 + |v|^2 - 2|u||v|\cos\theta}$$

Menentukan Arah Vektor Hasil Penjumlahan dan Pengurangan



$$\frac{|u+v|}{\sin\alpha} = \frac{|u|}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{|v|}{\sin\beta}$$

β : arah vektor hasil penjumlahan



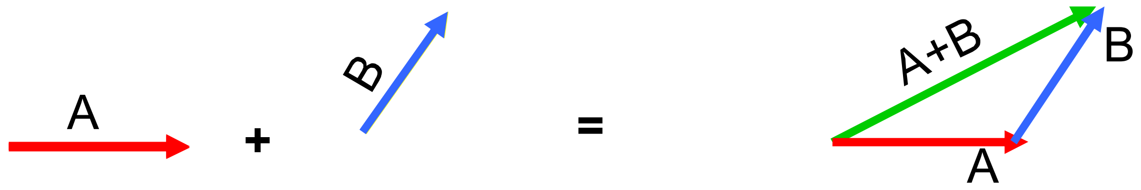
$$\frac{|u-v|}{\sin\alpha} = \frac{|u|}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{|v|}{\sin\beta}$$

β : arah vektor hasil pengurangan

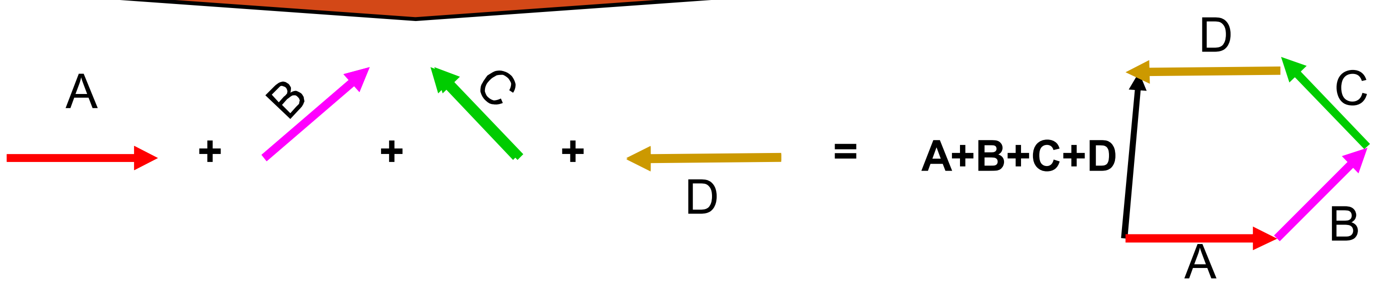
- Jika vektor A dan B searah → $\theta = 0^o$: R = A + B
- Jika vektor A dan B berlawanan arah → $\theta = 180^o$: R = A - B
- Jika vektor A dan B Saling tegak lurus → $\theta = 90^o$: R = 0

Catatan : Untuk Selisih (-) arah Vektor di balik

2. Segitiga

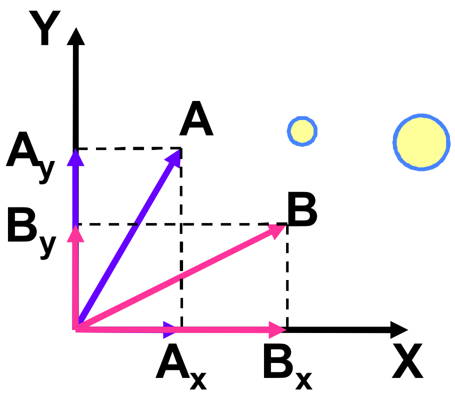


3. Poligon (Segi Banyak)



4. Uraian

Vektor diuraikan atas komponen-komponennya (sumbu x dan sumbu y)



$\mathbf{A} = A_x.i + A_y.j$; $\mathbf{B} = B_x.i + B_y.j$

$A_x = \mathbf{A} \cos\theta$; $B_x = \mathbf{B} \cos\theta$

$A_y = \mathbf{A} \sin\theta$; $B_y = \mathbf{B} \sin\theta$

Besar vektor A + B = |A+B| = |R|

$R_x = A_x + B_x$

$R_y = A_y + B_y$

$$|R| = |A + B| = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^{\ 2}}$$

Arah Vektor R (terhadap sb.x positif) = tg θ = $\dfrac{R_y}{R_x}$

$$\theta = \text{arc tg}\ \frac{R_y}{R_x}$$

2.3.2 PERKALIAN VEKTOR

1. Perkalian Skalar dengan Vektor
2. Perkalian vektor dengan Vektor
   a. Perkalian Titik (Dot Product)
   b. Perkalian Silang (Cross Product)

1. Perkalian Skalar dengan Vektor → **Hasilnya vektor**

$$\boxed{\mathbf{C} = k\,\mathbf{A}}$$

k : Skalar

A : Vektor

Vektor **C** merupakan hasil perkalian antara skalar k dengan vektor A

Catatan :
- Jika k positif arah **C** searah dengan **A**
- Jika k negatif arah **C** berlawanan dengan **A**

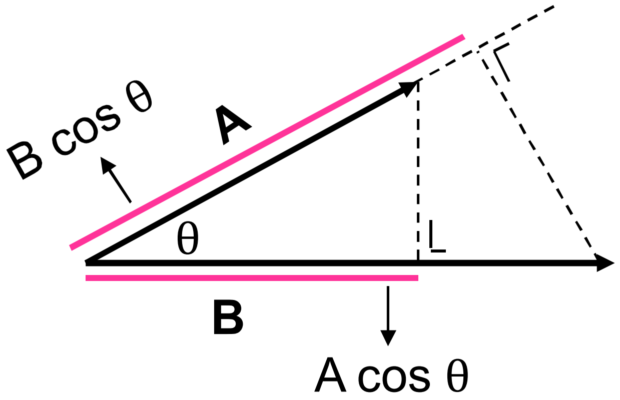
k = 3,

2. Perkalian Vektor dengan Vektor

a. Perkalian Titik (Dot Product) ⇨ Hasilnya skalar

$\boxed{\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} \quad = \mathbf{C}}$

C **=** skalar



Besarnya : C = |A||B| Cos θ
A = |A| = besar vektor **A**
B = |B| = besar vektor **B**
Θ = sudut antara vektor **A** dan **B**

Sifat-sifat Perkalian Titik (Dot Product)

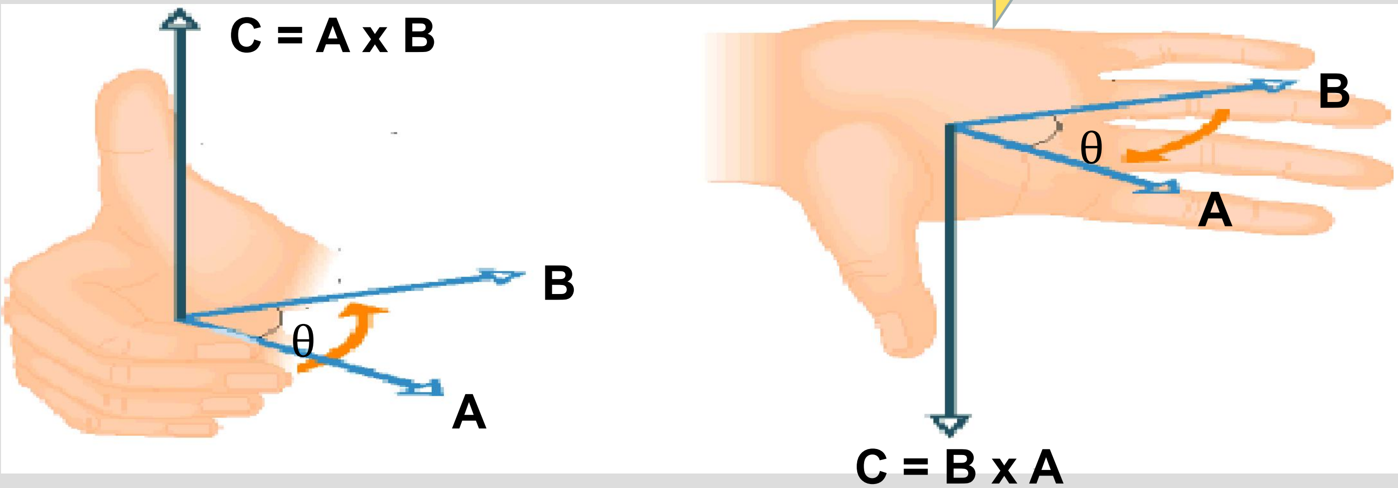
1. **Komutatif : A • B = B • A**
2. **Distributif : A • (B+C) = (A • B) + (A • C)**

Catatan :

1. Jika A dan B saling tegak lurus → **A • B** = 0
2. Jika A dan B searah → **A • B** = A • B
3. Jika A dan B berlawanan arah → **A • B** = - A • B

b. Perkalian Silang (Cross Product)

Hasilnya vektor



Catatan :

Arah vektor C sesuai aturan tangan kanan

Besarnya vektor C = A x B = A B sin θ

Sifat-sifat :

1. Tidak komunikatif ➔ A x B ≠ B x A
2. Jika A dan B saling tegak lurus ➔ A x B = B x A
3. Jika A dan B searah atau berlawan arah ➔ A x B = 0

2.4 VEKTOR SATUAN

Vektor yang besarnya satu satuan

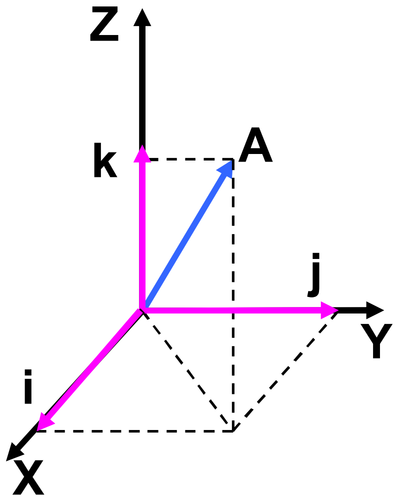
Notasi

$$\hat{A} = \frac{\overline{A}}{\left|A\right|}$$

$$\hat{A} = \left|\hat{A}\right| = \frac{\left|\overline{A}\right|}{\left|A\right|} = 1$$

Besar Vektor

Dalam koordinat Cartesian (koordinat tegak)



Arah sumbu x : $\hat{i}$

Arah sumbu y : $\hat{j}$

Arah sumbu z : $\hat{k}$

$$\boxed{\overline{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}$$

➢ Sifat-sifat Perkalian Titik (Dot Product) Vektor Satuan

$$i \bullet i = j \bullet j = k \bullet k = 1$$

$$i \bullet j = j \bullet k = k \bullet i = 0$$

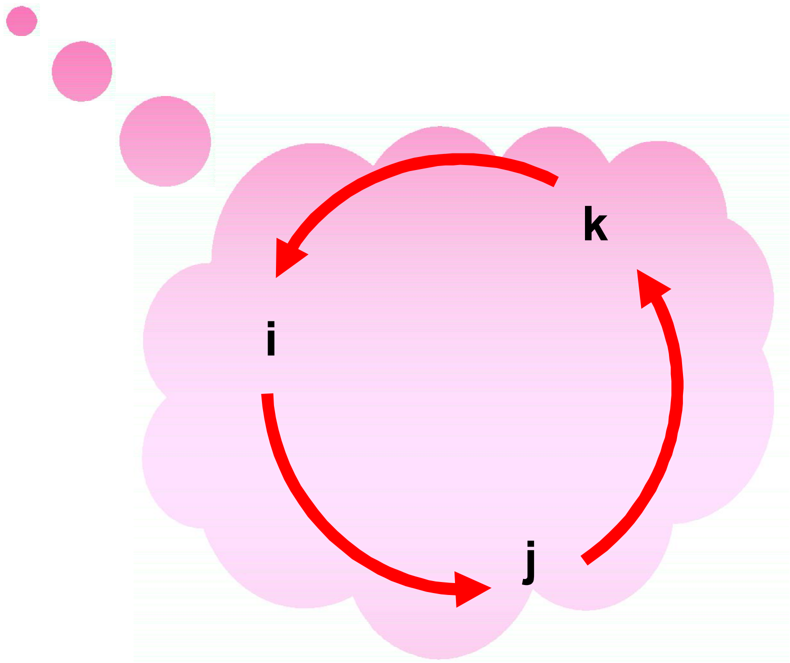
➢ Sifat-sifat Perkalian silang (Cross Product) Vektor Satuan

$$i \times i = j \times j = k \times k = 0$$

$$i \times j = k$$

$$j \times k = i$$

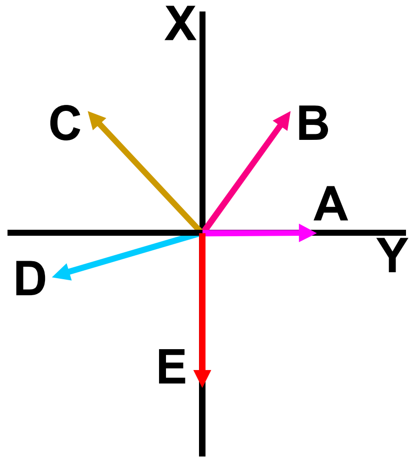
$$k \times i = j$$



CONTOH SOAL

Contoh Soal

1. Lima buah vektor digambarkan sebagai berikut :



Besar dan arah vektor pada gambar di samping :

Vektor	Besar (m)	Arah (°)
A	19	0
B	15	45
C	16	135
D	11	207
E	22	270

Hitung : Besar dan arah vektor resultan.

Jawab :

Vektor	Besar (m)	Arah(°)	Komponen X(m)	Komponen Y (m)
A	19	0	19	0
B	15	45	10.6	10.6
C	16	135	-11.3	11.3
D	11	207	-9.8	-5
E	22	270	0	-22
			$R_X = 8.5$	$R_Y = -5.1$

Besar vektor R : $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8.5^2 + (-5.1)^2} = \sqrt{94.01} = 9.67$ m

Arah vektor R terhadap sumbu x positif :

$$\text{tg}\ \theta = \frac{-5.1}{8.5} = -0,6$$

$\theta = 329.03^0$ (terhadap x berlawanan arah jarum jam)

2. Diketahui koordinat titik A adalah (2, -3, 4). Tuliskan dalam bentuk vektor dan berapa besar vektornya ?

Jawab :

Vektor $A = 2i - 3j + 4k$

$$A = |A| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 4^2} = \sqrt{29} \text{ satuan}$$

3. Tentukanlah hasil perkalian titik dan perkalian silang dari dua buah vektor berikut ini :

$A = 2i - 2j + 4k$

$B = i - 3j + 2k$

Jawab :

Perkalian titik :

$$A \cdot B = 2.1 + (-2)(-3) + 4.2$$
$$= 16$$

Perkalian silang :

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \{ (-2).2 - 4.(-3)\}\ i - \{2.2 - 4.1\}\ j + \{2.(-3) - (-2).1\}\ k$$
$$= (-4+12)\ i - (4-4)\ j + (-6+4)\ k$$
$$= 8i - 0j - 2j$$
$$= 8i - 2k$$

Referensi

Halliday & Resnick, Fisika Jilid 1. Edisi ke-3